

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, FEBRUARY 2023.

(Regular)

Third Year — Fifth Semester

Part II — Mathematics

Paper VII — INTEGRAL TRANSFORMS WITH APPLICATIONS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — ($5 \times 2 = 10$ marks)

Answer any FIVE questions.

1. Find
- $L(\sin t + \cos t)^2$
- .

 $L(\sin t + \cos t)^2$ ను కనుగొనుము.

2. Find
- $L(e^{-2t} \sin 3t)$
- .

 $L(e^{-2t} \sin 3t)$ ను కనుగొనుము.

3. Find
- $L^{-1}\left(\frac{2p-5}{p^2-9}\right)$
- .

 $L^{-1}\left(\frac{2p-5}{p^2-9}\right)$ ను కనుగొనుము.

4. Find
- $L^{-1}\left(\frac{1}{(p+2)^2}\right)$
- .

 $L^{-1}\left(\frac{1}{(p+2)^2}\right)$ ను కనుగొనుము.

5. Define integral equation.

సమకాలన సమీకరణాంను నిర్వచింపుము.

6. Write Abel's integral equation.

ఎబిల్స్ సమాకలన సమీకరణంను వ్రాయుము.

7. Define integral transform.

సమాకలన పరివర్తనను నిర్వచించుము.

8. State Fourier integral theorem.

ఫోరియర్ సమాకలన సిద్ధాంతంను ప్రవచించండి.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

9. If $L[F(t)] = f(p)$ and $G(t) = F(t-a)$, $t > a$

0 , $t < a$, then prove that $L[G(t)] = e^{-ap}f(p)$.

$L[F(t)] = f(p)$ మరియు $G(t) = F(t-a)$, $t > a$

0 , $t < a$, అయిన $L[G(t)] = e^{-ap}f(p)$ అని నిరూపించుము.

10. Find the Laplace transform of e^{at} using the theorem on transforms of derivatives.

అవకలనం యొక్క పరివర్తన సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి e^{at} యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

11. Find $L(t^2 \cos at)$.

$L(t^2 \cos at)$ ను కనుగొనుము.

12. State and prove change of scale property in inverse Laplace transforms.

విలోమం లాప్లాస్ పరివర్తకంలో స్కేలు మార్పు నియమాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము.

13. Find $L^{-1}\left[\frac{p-2}{(p+2)(p+3)}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{p-2}{(p+2)(p+3)}\right]$ ను కనుగొనుము.

14. Solve $(D+1)y = 0, t > 0$ if $y = y_0$, when $t = 0$.

$t = 0$ వద్ద $y = y_0$ అయిన $(D+1)y = 0, t > 0$ ను సాధించుము.

15. Solve $F(t) = 4t - 3 \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$.

$F(t) = 4t - 3 \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ ను సాధించుము.

16. Show that the Fourier transform of $f(x) = e^{-x^2/2}$ is $e^{-p^2/2}$.

$f(x) = e^{-x^2/2}$ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తన $e^{-p^2/2}$ అని చూపుము.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions.

17. (a) If $L[F(t)] = \frac{p^2 - p + 1}{(2p+1)^2(p-1)}$, then show that $L\{F(2t)\} = \frac{p^2 - 2p + 4}{4(p+1)^2(p-2)}$ by applying change of scale property.

$L[F(t)] = \frac{p^2 - p + 1}{(2p+1)^2(p-1)}$ అయిన స్కేలు నియమం యొక్క మార్పుని వాడి

$L\{F(2t)\} = \frac{p^2 - 2p + 4}{4(p+1)^2(p-2)}$ అని చూపుము.

Or

(b) State and prove first shifting theorem.

మొదటి షిఫ్టింగ్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి, ప్రవచించుము.

18. (a) If $L\{F(t)\} = f(p)$ then prove that $L\{t^n F(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} [f(p)]$, $n = 1, 2, 3, \dots$

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయిన $L\{t^n F(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} [f(p)]$, $n = 1, 2, 3, \dots$ అని నిరూపించుము.

Or

(b) Using Laplace transform, evaluate $\int_0^\infty \frac{\sin^2 t}{t^2} dt$.

లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి $\int_0^\infty \frac{\sin^2 t}{t^2} dt$ ను కనుగొనుము.

19. (a) Apply convolution theorem to evaluate $L^{-1}\left[\frac{1}{(p-2)(p+2)^2}\right]$.

కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతం వాడి $L^{-1}\left[\frac{1}{(p-2)(p+2)^2}\right]$ ను కనుగొనుము.

Or

- (b) Find $L^{-1}\left(\frac{p}{p^4+p^2+1}\right)$.

$L^{-1}\left(\frac{p}{p^4+p^2+1}\right)$ ను కనుగొనుము.

20. (a) Convert $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4 \sin t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$ into integral equation.

$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4 \sin t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$ ను సమాకలన సమీకరణంలోనికి మార్చుము.

Or

- (b) Solve $F(t) = t + 2 \int_0^t \cos(t-u) F(u) du$.

$F(t) = t + 2 \int_0^t \cos(t-u) F(u) du$ ని పాఠించుము.

21. (a) State and prove Parseval's identify for transforms.

పరివర్తనల కొరకు పార్సెవల్స్ ఐడింటిటీని ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Or

- (b) Find the finite fourier sine and cosine transforms of the function $f(x) = 2x$, $0 < x < 4$.

$f(x) = 2x$, $0 < x < 4$ అను ప్రమేయమం యొక్క పరిమిత ఫోరియన్ సైను మరియు కొస్సైను పరివర్తనలను కనుగొనుము.